

BAB II

LANDASAN TEORI

Suatu landasan teori dari suatu penelitian tertentu atau karya ilmiah sering juga disebut sebagai studi literature atau tinjauan pustaka. Landasan teori merupakan landasan berfikir yang berisi tentang teori-teori berkaitan dengan penelitian yang digunakan sebagai bahan referensi untuk melaksanakan penelitian (Rahmatulloh, 2014). Landasan teori dalam suatu penelitian merupakan pembahasan teori yang relevan digunakan untuk menjelaskan tentang variabel yang akan diteliti dan juga digunakan untuk membahas masalah sesuai dengan tujuan yang telah ditetapkan. Suatu penelitian harus selalu disandarkan pada penelitian yang relevan yang diambil dari buku-buku, jurnal, majalah guna mendukung proses pelaksanaan penelitian. Pada penelitian ini menjelaskan tentang analisis kemampuan kesalahan peserta didik kelas VIII dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematika pada materi operasi aljabar.

2.1. Hakekat Matematika

Matematika adalah salah satu mata pelajaran yang ada pada jenjang pendidikan baik dari jenjang pendidikan dasar hingga menengah atas. Menurut Jannah (2011) matematika merupakan ilmu konkret dan pasti, dimana matematika dapat diaplikasikan secara langsung dalam kehidupan sehari-hari dan dalam berbagai bentuk. Sedangkan Purwoto (2003) mengatakan matematika adalah ilmu pengetahuan yang memiliki pola keteraturan tentang struktur yang tersusun mulai dari unsur yang tidak didefinisikan hingga keunsuryang dapat terdefiniskan. Menurut Paling matematika adalah suatu cara untuk menemukan jawaban terhadap masalah yang dihadapi dengan menggunakan informasi, pengetahuan tentang bentuk dan ukuran, pengetahuan tentang menghitung (Erfina, 2013). Suharto dkk (2010) matematika adalah bahasa simbolik, dimana setiap yang menggunakan matematika tidak terlepas dari simbol matematika yang digunakan serta simbol merupakan alat komunikasi untuk menyampaikan dan mendapatkan suatu informasi.

Berdasarkan definisi yang disampaikan di atas, dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu pasti yang mempelajari tentang bilangan, penalaran

serta struktur logika yang menggunakan simbol-simbol dalam menyampaikan dan mendapatkan informasi.

2.2. Kemampuan Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah mengutamakan proses dan strategi yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah, adanya suatu masalah biasanya mendorong siswa untuk dapat memecahkan masalah dengan segera namun tidak tahu secara langsung bagaimana menyelesaikannya (Fatmawati, dkk. 2014). Pemecahan masalah merupakan kemampuan dimana siswa menyelesaikan suatu proses atau langkah dalam mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan.

2.2.1. Pengertian Masalah

Masalah merupakan suatu persoalan yang muncul dalam kehidupan sehari-hari, namun terkadang kita tidak menyadari akan hal tersebut. Menurut Suherman (2005) masalah biasanya memuat situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui. Seseorang menghadapi masalah apabila menghadapi situasi yang harus memberi respon tetapi tidak mempunyai informasi, konsep-konsep, prinsip-prinsip dan cara yang dapat dipergunakan dengan segera untuk memperoleh pemecahan (Slamanto, 2010). Jika suatu masalah diberikan kepada seorang anak dan anak tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikan dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah. Sintha (2009) mendefinisikan masalah sebagai situasi dimana seseorang atau sekelompok orang diminta untuk menyelesaikan sebuah tugas yang belum tersedia algoritma yang sesuai sebagai metode penyelesaiannya.

Ciri sesuatu dikatakan masalah adalah: (1) seseorang menyadari/mengenalinya suatu situasi (pertanyaan-pertanyaan yang dihadapi, dengan kata lain individu tersebut mempunyai pengetahuan prasyarat, (2) seseorang menyadari bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan (aksi), dengan kata lain menantang untuk diselesaikan, (3) langkah pemecahan suatu masalah tidak harus jelas atau mudah

ditangkap orang lain dengan kata lain seseorang sudah mengetahui bagaimana menyelesaikan masalah tersebut meski belum jelas (Anita, 2013). Herman (2005) menyatakan bahwa seseorang dianggap memiliki masalah jika berada dalam kondisi:

- 1) pertanyaan yang dihadapkan kepada seorang siswa haruslah dapat dimengerti oleh siswa tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawab pertanyaan tersebut,
- 2) pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa.

Hal serupa juga dipaparkan oleh Moursund (2005), ada beberapa kondisi dimana seseorang dianggap memiliki masalah diantaranya:

- 1) memahami dengan jelas kondisi atau situasi yang sedang terjadi,
- 2) memahami dengan jelas tujuan yang diharapkan,
- 3) memahami sekumpulan sumber daya yang dapat dimanfaatkan untuk mengatasi situasi yang sedang terjadi dengan tujuan yang diinginkan,
- 4) memiliki kemampuan untuk menggunakan berbagai sumber daya untuk mencapai tujuan.

Dapat disimpulkan bahwa masalah adalah suatu situasi yang tidak terstruktur dengan baik yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya, yang dapat diselesaikan tanpa menggunakan prosedur atau algoritma rutin, sesuai dengan tahap perkembangan mental siswa yang memiliki pengetahuan prasyarat mengenai situasi tersebut.

2.2.2. Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah adalah proses yang menggunakan kekuatan dan manfaat matematika dalam memecahkan masalah, yang juga merupakan metode penemuan solusi mereka juga melalui tahap-tahap pemecahan masalah (Netriwati, 2016). Menurut Dahar (2012), pemecahan masalah merupakan suatu kegiatan manusia yang menggabungkan konsep-konsep dan aturan-aturan yang telah diperoleh sebelumnya, dan bukanlah suatu keterampilan generik yang dapat diperoleh secara instan. Sedangkan menurut Alacaci (2010) bahwa Pemecahan masalah merupakan kegiatan dasar manusia. Bahkan, sebagian besar dari pikiran sadar kita adalah peduli dengan masalah. Santrock (2009) secara sederhana

mengemukakan, pemecahan masalah melibatkan penemuan sebuah cara yang sesuai untuk mencapai tujuan.

Proses pembelajaran matematika pada dasarnya bukan sekedar transfer konsep atau gagasan dari guru ke siswa, namun merupakan proses dimana guru memberi kesempatan kepada siswa untuk memahami dan mengkonstruksi gagasan yang diberikan untuk kemudian digunakan dalam memecahkan berbagai masalah yang dihadapi sesuai dengan tingkat perkembangannya. Sumardiyono (2009) secara garis besar terdapat tiga macam interpretasi istilah pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika, yaitu pemecahan masalah sebagai tujuan, pemecahan masalah sebagai proses dan pemecahan masalah sebagai keterampilan dasar.

1) Pemecahan masalah sebagai tujuan

Pembelajaran tentang bagaimana menyelesaikan masalah merupakan alasan utama belajar matematika. Anggapan ini dikarenakan pemecahan masalah ditetapkan sebagai tujuan pembelajaran, maka pembelajaran yang berlangsung tidak terikat pada soal atau masalah khusus, prosedur atau metode dan juga isi matematika,

2) Pemecahan masalah sebagai proses

Dalam interpretasi ini, yang perlu diperhatikan adalah metode, prosedur, strategi yang digunakan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah, sehingga pemecahan masalah juga diartikan sebagai sebuah proses yang dinamis,

3) Pemecahan masalah sebagai keterampilan dasar

Keterampilan yang baik secara implisit maupun eksplisit sering diungkapkan adalah keterampilan memecahkan masalah. Selain itu terdapat beberapa keterampilan dasar dalam matematika diantaranya keterampilan berhitung, keterampilan aritmatika, keterampilan logika dan lainnya.

Dengan demikian, pemecahan masalah memiliki makna yang luas, tidak hanya memiliki keterampilan dasar saja tetapi juga terdapat proses dan tujuan dalam memecahkan masalah. Aisyah (2008) menyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya. Pemecahan masalah dalam matematika adalah proses dimana seorang siswa atau kelompok menerima

tantangan yang berhubungan dengan persoalan matematika dimana penyelesaiannya dan caranya tidak langsung bisa ditentukan dengan mudah dan penyelesaiannya memerlukan ide matematika (muhtadi, 2010).

Pemecahan masalah merupakan aktifitas yang memberikan tantangan bagi kebanyakan siswa serta dapat memotivasi siswa untuk belajar matematika. Ada bentuk pemecahan masalah yang sederhana dan ada bentuk pemecahan masalah yang kompleks. Pemecahan masalah yang sederhana menuntut proses berfikir sederhana dan pemecahan masalah kompleks menuntut proses berfikir yang lebih rumit (Sumiati 2007). Memecahkan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal. Ciri dari soal atau tugas dalam bentuk memecahkan masalah adalah: (1) ada tantangan dalam materi penugasan, (2) masalah tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab atau pemecah masalah (Sintha, 2009).

Terdapat tiga konsep utama dalam pemecahan masalah matematika (Saad, 2008), yaitu heuristik (menyelidiki sendiri), strategi, dan algoritma. Ketiga konsep yang berbeda ini mempunyai hubungan satu sama lain.

a) Heuristik

Heuristik adalah langkah pemecahan masalah untuk permasalahan pada setiap kelas. Penerapan heuristik pada pemecahan masalah apapun tidak menjamin siswa dapat memecahkan masalah, tidak mendapatkan solusi yang tepat atau tergantung pada masalah dengan cara yang sama.

b) Strategi

Strategi adalah langkah pemecahan masalah pada permasalahan yang lebih spesifik. Ketika strategi dipakai dalam pemecahan masalah, maka akan menjamin semua siswa mendapatkan pemecahan masalah yang tepat tetapi tidak harus dengan cara yang sama. Jika sebuah strategi gagal mendapatkan solusi yang tepat, maka strategi tersebut dianggap salah.

c) Algoritma

Algoritma adalah langkah pemecahan masalah pada permasalahan yang lebih spesifik juga. Ketika algoritma dipakai dalam pemecahan masalah, maka akan menjamin semua siswa dapat memecahkan masalah dan mendapatkan solusi yang tepat dengan cara yang sama.

Shidiq (2004) menyebutkan bahwa untuk dapat menyelesaikan masalah, ada empat langkah yang harus dilakukan, yakni memahami masalah, merencanakan cara penyelesaian, melaksanakan rencana dan menafsirkan hasil.

1) Memahami Masalah

Pada langkah ini, siswa harus dapat menentukan dengan jelas apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Namun yang perlu diingat, kemampuan otak manusia sangat terbatas, sehingga hal-hal penting hendaknya dicatat, dibuat tabel ataupun grafik atau sketnya. Tabel serta grafik bertujuan untuk mempermudah memahami masalah dan memperoleh gambaran umum penyelesaiannya. Selain mengetahui apa yang diketahui, siswa dituntut untuk mengetahui apa yang ditanyakan yang menjadi arah pemecahan masalahnya.

2) Merencanakan cara penyelesaian

Pada tahap ini siswa diharapkan dapat merencanakan sebuah atau beberapa cara untuk menyelesaikan permasalahan yang ada.

3) Melaksanakan rencana

Pada tahap ketiga ini, siswa dituntut untuk melaksanakan rencana penyelesaian yang telah dikerjakan pada tahap perencanaan penyelesaian. Dapat dikatakan bahwa tahap ketiga merupakan aplikasi dari tahap kedua.

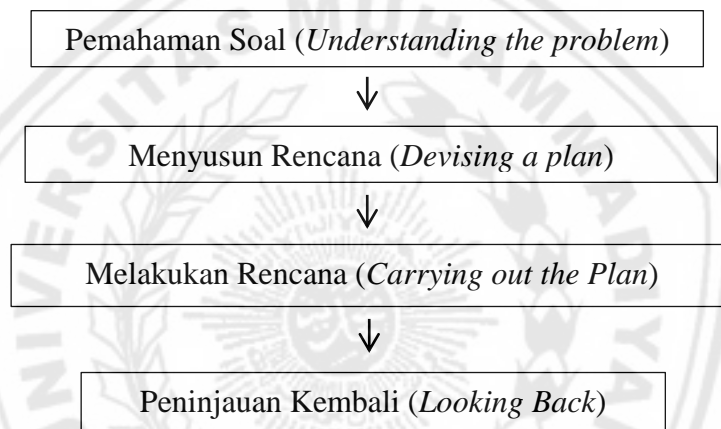
4) Menafsirkan hasil

Pada tahap akhir, siswa menafsirkan hasil pemecahan masalah yang dilakukan pada tahap sebelumnya. Siswa hendaknya menarik sebuah kesimpulan atas pemecahan masalah yang telah dilakukan pada tahap sebelumnya.

Ditinjau dari beberapa pendapat di atas, pemecahan masalah dapat diartikan aktivitas yang dilakukan oleh siswa untuk menyelesaikan masalah yang dihadapinya. Dalam sebuah permasalahan siswa harus bisa mengidentifikasi apa yang diketahui apa yang dinyatakan dan unsur apa yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah tersebut sehingga sudah untuk diselesaikan.

2.3. Pemecahan Masalah Berdasarkan langkah-langkah Polya

Salah satu model pemecahan masalah matematika adalah model Polya. Menurut Sukayasa (2012) langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya lebih populer digunakan dalam pemecahan masalah, mungkin hal ini disebabkan oleh beberapa hal antara lain: 1) proses pemecahan masalah lebih mudah dipahami, 2) kegiatan pada setiap langkah lebih terperinci dan 3) langkah-langkah pemecahan masalah telah lazim digunakan dalam pemecahan masalah matematika. Menurut Polya (1973) langkah-langkah menyelesaikan masalah matematika ada empat, yaitu: memahami masalah, menyusun rencana, melakukan rencana dan memeriksa kembali. Secara garis besar tahap-tahap pemecahan masalah menurut Polya dapat dilihat pada gambar 2.1.



Gambar 2.1 Tahap-tahap pemecahan masalah menurut Polya

Adapun penjabaran dari keempat langkah yang diajukan Polya yang digunakan sebagai landasan dalam memecahkan suatu masalah, dapat diuraikan sebagai berikut.

2.3.1. Tahap Pemecahan Masalah

Kegiatan pemecahan masalah diarahkan untuk membantu siswa menetapkan apa yang diketahui dalam permasalahan dan apa yang ditanyakan. Adapun kegiatan yang dilakukan pada tahap ini, yaitu: 1) menentukan hal yang diketahui, 2) menentukan hal yang ditanyakan, 3) menentukan apakah informasi yang diperlukan sudah cukup dan 4) menentukan kondisi yang harus dipenuhi (Anwar, 2013)

Beberapa saran yang dapat membantu siswa memahami permasalahan yang rumit menurut Saad (2008), adalah:

- 1) bertanya
- 2) menjelaskan permasalahan dengan kata-kata sendiri
- 3) menghubungkan permasalahan yang sama
- 4) fokus pada permasalahan yang paling penting
- 5) mengembangkan sebuah model
- 6) menggambarkan diagram

2.3.2. Tahap Menyusun Rencana

Tahap penyusunan rencana, siswa diarahkan untuk mengidentifikasi strategi-strategi pemecahan masalah yang sesuai. Pada tahap ini siswa harus menunjukkan hubungan antara yang diketahui dan yang ditanyakan, dan menentukan strategi atau cara yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah (Baeti, 2015). Menurut Polya pada tahap ini, siswa harus dapat memikirkan langkah-langkah apa saja yang penting dan saling menunjang untuk dapat memecahkan masalah yang dihadapinya. Pada tahap ini siswa diminta untuk: a) siswa mencari konsep atau teori yang menunjang b) siswa mencari rumus yang akan digunakan.

Ada beberapa heuristik/strategi yang bisa digunakan oleh para siswa dalam memecahkan masalah menurut Saad (2008).

- a. Menebak dan mencoba dan salah.
- b. Mengembangkan sebuah model.
- c. Menggambarkan sebuah diagram.
- d. Menyederhanakan masalah.
- e. Mengidentifikasi pola.
- f. Menyusun table.
- g. Percobaan dan stimulasi.
- h. Bekerja kembali.
- i. Menginvestigasi semua kemungkinan.
- j. Mengidentifikasi poin utama.
- k. Menyusun persamaan.
- l. Menyusun data atau informasi.

Menyediakan macam-macam heuristik/strategi untuk para siswa bisa membantu siswa untuk menumbuhkan rasa percaya diri dalam menyelesaikan

permasalahan yang rumit. Dalam merancang sebuah strategi, guru perlu: (a) mempertimbangkan berbagai heuristik, strategi, dan algoritma, (b) membandingkan masalah yang ada dengan permasalahan lain yang serupa.

2.3.3. Tahap Pelaksanaan Rencana

Tahap pelaksanaan rencana adalah siswa telah siap melakukan perhitungan dengan segala macam data yang diperlukan termasuk konsep dan rumus atau persamaan yang sesuai. Pada tahap ini siswa melaksanakan rencana yang telah ditetapkan pada tahap sebelumnya, dan mengecek setiap langkah yang dikerjakan (Baeti, 2015). Rencana yang telah tersusun dalam bentuk kalimat matematika selanjutnya dapat digunakan menyelesaikan soal pemecahan masalah sehingga dihasilkan suatu penyelesaian yang diinginkan. Lebih lanjut Anwar (2013) menjelaskan rencana yang telah dibuat pada tahap sebelumnya selanjutnya diimplementasikan selangkah demi selangkah sehingga mencapai apa yang diharapkan.

Menurut Saat (2008) yang harus dilakukan siswa pada tahap ini adalah:

1. menafsirkan informasi yang diberikan dalam bentuk matematika
2. melaksanakan strategi yang telah dipilih dengan proses dan perhitungan
3. memeriksa lagi setiap langkah yang digunakan

2.3.4. Tahap Peninjauan Kembali

Tahap terakhir dari pemecahan masalah yaitu peninjauan kembali, diharapkan siswa mengecek ulang dan menelaah kembali dengan teliti setiap langkah yang dilakukan. Pada tahap ini siswa melakukan refleksi dengan mengecek atau menguji solusi yang telah diperoleh (Baeti, 2015). Menurut Anwar (2013) siswa sering menganggap bahwa hasil pekerjaan yang telah diperoleh pasti merupakan jawaban dari permasalahan, siswa tidak menyadari bahwa sangat dimungkinkan bahwa jawaban tidak masuk akal dan tidak hanya satu.

Beberapa hal yang harus dilakukan siswa ketika melihat kembali menurut Saad (2008) adalah:

1. memeriksa kembali semua informasi penting yang telah dikerjakan
2. memeriksa kembali semua perhitungan
3. mempertimbangkan apakah solusi tersebut masuk akal

4. mencari solusi lain
5. baca pertanyaan kemabali apakah pertanyaan yang diberikan benar-benar sudah terjawab.

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah Polya, pada penelitian ini indikator yang ingin diketahui oleh peneliti pada waktu siswa mengerjakan pemecahan masalah matematika dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Indikator Pemecahan Masalah Matematika

Langkah	Pemecahan Masalah	Poin-Poin	Indikator
I	Pemahaman Masalah	<ol style="list-style-type: none"> 1. Cara siswa dalam menerima informasi yang ada pada soal. 2. Cara siswa dalam memilah informasi menjadi informasi penting dan tidak penting. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat menentukan syarat cukup dan syarat perlu. 2. Siswa dapat menceritakan kembali masalah (soal) dengan bahasanya sendiri.
II	Perencanaan Cara Penyelesaian	<ol style="list-style-type: none"> 1. Cara siswa dalam mengetahui keterkaitan antara antar informasi yang ada. 2. Cara siswa dalam memeriksa apakah semua informasi penting telah digunakan. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat mengetahui keterkaitan antara syarat cukup dan syarat perlu. 2. Siswa dapat menggunakan semua informasi yang penting pada soal.
III	Pelaksanaan Rencana	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat membuat langkah-langkah pemecahan secara benar. 2. Cara siswa dalam memeriksa setiap langkah penyelesaian. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat menggunakan langkah-langkah secara benar. 2. Siswa terampil dalam algoritma dan ketepatan menjawab soal.
IV	Peninjauan Kembali	Cara siswa untuk mengerjakan soal kembali dengan cara yang berbeda.	Siswa dapat menggunakan informasi yang ada untuk mengerjakan kembali soal dengan cara yang berbeda.

2.4. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) merupakan salah satu materi pokok yang diajarkan dalam pembelajaran matematika kelas VIII. Dengan mempelajari materi SPLDV diharapkan siswa dapat: 1) mengidentifikasi dan mengaitkan maslah dalam kehidupan sehari-hari dengan konsep SPLDV, 2) mengimplementasikan konsep SPLDV dalam menyelesaikan masalah kehidupan yang terkait, dan 3) menggunakan berbagai cara untuk menyelesaikan SPLDV.

2.4.1. Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan linear dua variabel (PLDV) adalah suatu persamaan matematika yang memeiliki dua jenis variabel (Agus, 2008). Menurut Dris & Tasari (2011), PLDV suatu permasaan matematika yang memilliki dua variabel yang berbentuk $ax + by = c$, dengan masing-masing variabel berpangkat satu dan tidak ada perkalian diantara kedua variabel tersebut. Dimana a, b dan c bilangan real dan $a \neq 0, b \neq 0$. x dan y dinamakan variabel, a dinamakan koefisien dari x , b dinamakan koefisien dari y dan c dinamakan konstanta.

Contoh:

$$3x - 2y = 10 \quad (\text{persamaan linear dua variabel})$$

$$x^2 - 2y = 5 \quad (\text{persamaan linear dua variabel})$$

2.4.2. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) adalah dua persamaan yang mana setiap persamaan tersebut mempunyai dua variabel (Marsigit, dkk. 2011). Menurut Agus (2008) SPLDV adalah sistem yang memiliki dua persamaan matematik dengan dua jenis variabel dan memiliki himpunan penyelesaian yang memenuhi kedua persamaan linear dua variabel tersebut. Apabila terdapat dau buah persamaan linear dua variable yang berbentuk $ax + by = c$ dan $px + qy = r$, atau bisa ditulis $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = r \end{cases}$ maka persamaan-persamaan tersebut dinamakan sistem persamaan linear dua variabel. Dimana a, b, p dan q disebut koefisien, x dan y adalah variable dari SPLDV, serta c dan r disebut konstanta. Nilai x dan y yang memenuhi kedua persamaan tersebut dinamakan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel (Nugroho & Meisaroh, 2009).

Contoh:

1. $\begin{cases} 4x + 5y = 20 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \frac{m}{4} + \frac{n}{2} = 3 \\ \frac{2m-n}{3} = 6 \end{cases}$

2.4.3. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Untuk menentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dapat dilakukan dengan empat metode, yaitu metode grafik, metode substitusi, metode eliminasi dan metode campuran (substitusi dan eliminasi).

a. Metode Grafik

Sesuai dengan namanya metode ini menggunakan grafik untuk menentukan himpunan penyelesaian dari suatu SPLDV. Berikut ini merupakan langkah-langkah menentukan himpunan penyelesaian SPLDV dengan menggunakan grafik.

- 1) Membuat tabel bantu untuk menggambarkan grafik himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan pada bidang kartesius.
- 2) Tentukan titik potong dari kedua grafik tersebut pada sumbu x dan y
- 3) Titik potong tersebut merupakan penyelesaian SPLDV. Jika garis-garis tidak berpotongan di satu titik tertentu maka himpunan penyelesaian adalah himpunan kosong.

Contoh:

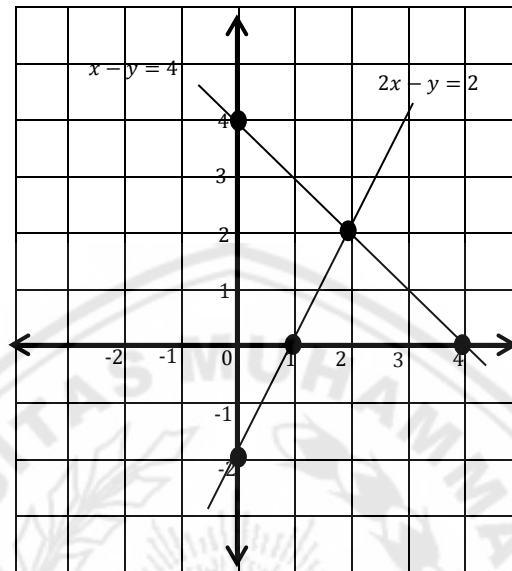
Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ dengan menggunakan metode grafik! (x dan y himpunan bilangan real)

Penyelesaian:**Tabel 2.2****Tabel Bantu Penyelesaian Contoh Soal**

- i) Kemungkinan nilai x dan y dari persamaan $2x - y = 2$

x	0	1
y	-2	0
(x, y)	(0, -2)	(1, 0)
- ii) Kemungkinan nilai x dan y dari persamaan $x + y = 4$

x	0	4
y	4	0
(x,y)	(0,4)	(4,1)



Gambar 2.2
Grafik Sistem Persamaan $2x - y = 2$ dan $x + y = 4$

Titik potong kedua garis adalah (2,2). Jadi himpunan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut adalah $\{(2,2)\}$.

b. Metode Substitusi

Penyelesaian SPLDV menggunakan metode substitusi dilakukan dengan cara menyatakan salah satu variabel yang lain kemudian nilai variabel tersebut menggantikan variabel yang sama dalam persamaan yang lain. Langkah-langkah pengerjaan dengan menggunakan metode substitusi untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPLDV adalah sebagai berikut.

- 1) Ubah salah satu persamaan ke dalam bentuk $x = \dots$ atau $y = \dots$.
- 2) Masukkan (substitusi) nilai x atau y yang diperoleh ke dalam persamaan yang kedua.
- 3) Nilai x atau y yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke dalam salah satu persamaan untuk memperoleh nilai variabel lainnya yang belum diketahui (x atau y).

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x + y = 4; x, y \in R \\ -x + 2y = -7; x, y \in R \end{cases} \text{ menggunakan metode substitusi!}$$

Penyelesaian:

- Langkah 1 (mengubah ke dalam bentuk $x = \dots$ atau $y = \dots$)

$$2x + y = 4 \rightarrow y = 4 - 2x$$

Langkah 2 (substitusi $y = 4 - 2x$ ke dalam persamaan $-x + 2y = -7$)

$$-x + 2y = -7 \leftrightarrow -x + 2(4 - 2x) = -7$$

$$\leftrightarrow -x + 8 - 4x = -7$$

$$\leftrightarrow -x - 4x = -7 - 8$$

$$\leftrightarrow -5x = -15$$

$$\leftrightarrow x = \frac{-15}{-5}$$

$$\leftrightarrow x = 3$$

- Langkah 3 (substitusi $x = 3$ ke dalam persamaan $2x + y = 4$ atau $-x + 2y = -7$)

$$2x + y = 4 \leftrightarrow 2(3) + y = 4$$

$$\leftrightarrow 6 + y = 4$$

$$\leftrightarrow y = 4 - 6$$

$$\leftrightarrow -2$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x + y = 4; x, y \in R \\ -x + 2y = -7; x, y \in R \end{cases}$ adalah $\{(3, -2)\}$.

c. Metode Eliminasi

Metode eliminasi adalah langkah penyelesaian dari SPLDV dengan cara menghilangkan (mengeliminasi) salah satu variabel untuk dapat menentukan nilai variabel yang lain. Dengan demikian, koefisien salah satu variabel yang akan dihilangkan haruslah sama atau dibuat sama. Untuk menentukan variabel y , maka hilangkan terlebih dahulu variabel x . Begitu pula sebaliknya, untuk menentukan variabel x , maka hilangkan terlebih dahulu variabel y .

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x - y = -2; x, y \in R \\ x + 2y = 4; x, y \in R \end{cases}$ menggunakan metode eliminasi!

Penyelesaian:

- Mengeleminasi variabel x (untuk mencari y)

$$\begin{array}{rcl} 2x - y = -2 & | \times 1 & 2x - y = -2 \\ x + 2y = 4 & | \times 2 & 2x + 4y = 8 \\ \hline & & -5y = 10 \\ & & y = \frac{-10}{-5} \\ & & y = 2 \end{array}$$

- Mengeleminasi variabel y (untuk mencari x)

$$\begin{array}{rcl} 2x - y = -2 & | \times 1 & 2x - y = -2 \\ x + 2y = 4 & | \times 2 & 2x + 4y = 8 \\ \hline & & -5y = -10 \\ & & y = 2 \end{array}$$

$$x = 0$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x - y = -2; x, y \in R \\ x + 2y = 4; x, y \in R \end{cases}$ adalah $\{(0,2)\}$.

d. Metode Campuran (Eliminasi dan Substitusi)

Pengerjaan soal persamaan linear dua variabel, terkadang kita menemukan kesulitan jika menggunakan metode eliminasi untuk menentukan himpunan penyelesaian. Oleh karena itu, kita dapat menggunakan metode campuran, yaitu menggunakan salah satu variabel x atau y dengan menggunakan metode eliminasi. Hasil yang diperoleh dari x atau y kemudian disubstitusikan ke salah satu persamaan linear dua variabel tersebut.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 2x - y = -2; x, y \in R \\ x + 2y = 4; x, y \in R \end{cases}$ menggunakan metode eliminasi!

Penyelesaian:

- Mengeleminasi variabel x (untuk mencari y)

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 7 & | \times 2 & 2x + 4y = 14 \\ 2x + 3y = 10 & | \times 1 & 2x + 3y = 10 \\ \hline & & y = 4 \end{array}$$

- Mengeleminasi variabel x (untuk mencari y)

$$\begin{aligned}
 2x + y &= 4 && \leftrightarrow 2x + 3(4) = 10 \\
 &&& \leftrightarrow 2x + 12 = 10 \\
 &&& \leftrightarrow 2x = -2 \\
 &&& \leftrightarrow x = -1
 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} 2x - y = -2; x, y \in R \\ x + 2y = 4; x, y \in R \end{cases}$ adalah $\{(-1, 4)\}$.

2.4.4. Menyelesaikan Soal Cerita Materi SPLDV Ditinjau dari Langkah-langkah Polya

Contoh:

Jika harga 1 ekor domba dan 2 ekor kerbau adalah Rp. 25.000.000,00, dan harga 2 ekor domba dan 1 ekor kerbau adalah Rp. 20.000.000,00. Berapa harga 1 ekor domba dan 1 ekor kerbau?

langkah menyelesaikan soal diatas, dapat kita gunakan langkah polya seperti berikut ini.

Tahap 1: Memahami permasalahan soal

Pada langkah ini siswa menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal.

Diketahui:

1 ekor domba dan 2 ekor kerbau seharga Rp. 25.000.000,00

2 ekor domba dan 1 ekor kerbau seharga Rp. 20.000.000,00

Ditanyakan:

Berapa harga 1 ekor domba dan 1 ekor kerbau

Tahap 2: Menyusun Rencana

Pada langkah ini siswa diharapkan mampu membuat permisalan dan kalimat yang sesuai dengan permasalahan dalam soal.

Misalkan:

1 ekor domba = x

1 ekor kerbau = y

Kalimat Matematikanya:

Persamaan pertama: $x + 2y = 25.000.000$

Persamaan kedua: $2x + y = 20.000.000$

Tahap 3: Menjalankan Rencana

Pada langkah ini diharapkan siswa mampu menggunakan rumus untuk menyelesaikan model matematika yang dibuat. Untuk menyelesaikan soal tersebut kita dapat memilih salah satu metode, pada kasus ini kita gunakan metode campuran.

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 25.000.000 & \times 2 & 2x + 4y = 50.000.000 \\ 2x + y = 20.000.000 & \times 1 & \underline{2x + y = 20.000.000} \\ & & 3y = 30.000.000 \\ & & y = 10.000.000 \end{array}$$

Selanjutnya untuk menentukan besarnya nilai x , kita substitusikan nilai $y = 10.000.000$ ke salah satu persamaan. Pada contoh ini kita masukkan nilai y ke persamaan pertama $x + 2y = 25.000.000$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} x + 2y = 25.000.000 & \leftrightarrow x + 2(10.000.000) = 25.000.000 \\ & \leftrightarrow x + 20.000.000 = 25.000.000 \\ & \leftrightarrow x = 25.000.000 - 20.000.000 \\ & \leftrightarrow x = 5.000.000 \end{aligned}$$

Jadi, harga 1 ekor domba sama dengan Rp. 5.000.000 sedangkan harga 1 ekor kerbau sama dengan Rp. 10.000.000.

Langkah 4: Memeriksa Kembali

Pada tahap ini siswa diminta untuk mengecek kembali kebenaran dari suatu masalah, sehingga diperoleh nilai kebenarannya.

Jawaban yang diperoleh diatas yaitu $x = 5.000.000$ dan $y = 10.000.000$ disubstitusikan ke dalam model matematika yang telah dirumuskan untuk mengetahui kebenaran, misalkan:

$$\begin{aligned} x + 2y = 25.000.000 & \leftrightarrow x + 2y = 25.000.000 \\ & \leftrightarrow 5.000.000 + 2(10.000.000) = 25.000.000 \\ & \leftrightarrow 5.000.000 + 20.000.000 = 25.000.000 \\ & \leftrightarrow 25.000.000 = 25.000.000 \quad (\text{terbukti}) \end{aligned}$$

2.5. Kerangka Berfikir

Salah satu hal yang penting dalam matematika sekolah adalah pemecahan masalah. Pemecahan masalah matematika adalah proses yang menggunakan

kekuatan dan manfaat matematika dalam menyelesaikan masalah yang juga merupakan metode penemuan solusi melalui tahap-tahap pemecahan masalah. Tujuan adanya mata pelajaran matematika antara lain agar siswa mampu menghadapi perubahan keadaan di dunia yang selalu berkembang, melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur, dan efektif.

Pemecahan masalah menjadi penting dalam tujuan pendidikan matematika disebabkan karena dalam kehidupan sehari-hari manusia memang tidak pernah dapat lepas dari masalah. Aktivitas memecahkan masalah dapat dianggap suatu aktivitas dasar manusia. Masalah harus dicari jalan keluarnya oleh manusia itu sendiri, jika tidak mau dikalahkan oleh kehidupan. Dalam dunia pendidikan matematika, pemecahan masalah juga menjadi hal yang penting untuk ditanamkan pada diri peserta didik. Dengan pemecahan masalah matematika, membuat matematika tidak kehilangan maknanya, sebab suatu konsep atau prinsip akan bermakna kalau dapat diaplikasikan dalam pemecahan masalah. Secara garis besar tahap-tahap pemecahan masalah menurut Polya (1973) yaitu memahami masalah (*understanding the problem*), menyusun rencana (*devising a plan*), melaksanakan rencana (*carrying out the plan*), dan peninjauan kembali (*looking back*).